

空间交会多冲量变轨非线性规划优化研究与仿真

马晓兵 潘 腾

(中国空间技术研究院)

摘 要 以工程应用为背景,采用 C-W 相对运动方程研究了冲量式交会轨道优化问题,建立了以燃料消耗最少为目标函数、初始半长轴和初始相位约束条件下的交会变轨优化模型。同时利用全局探索的方法对初始估计值进行优化选取,形成求解非线性规划问题的程序。仿真表明:交会初始半长轴和初始相位角对交会燃料消耗的影响均很大,在交会变轨策略设计中应将最优初始相位角(对应发射窗口)作为主要的设计参数加以考虑。

关键词 空间交会 非线性规划 轨道优化

分类号 V448.234 **文献标识码** A **文章编号** 1674-5825 (2010) 01-0021-05

1 前 言

空间飞行器的交会(Rendezvous),是指在不同轨道上的两个飞行器经过一系列的机动变轨,最后于某一空间轨道相会合的过程。在实际应用中,通常是一个飞行器维持其轨道不变,称为目标飞行器,另一个飞行器做主动机动来实现交会对接,称为追踪飞行器。空间交会属于轨道机动的范畴,需进行交会变轨方案的设计,并对这些设计做出优化选择,以使工程实施更合理和可行。在交会过程中,燃料消耗最省是交会变轨设计的一个重要指标,但同时需考虑交会时间、初始条件等实际工程限制。这样,在交会方案设计中就提出了解决多种约束下追踪飞行器在燃料消耗最省目标下的交会变轨优化问题。

本文在以往空间交会研究的基础上,推导了含初始条件参数和交会时间限定的交会变轨优化模型,解决了工程条件下的模型化问题,利用非线性规划(nonlinear programming)方法,研究了适合于求解工程问题的交会变轨优化程序,最后对 2、3、4 次冲量交会变轨初始轨道半长轴初始相位与燃料消耗的关系进行了仿真分析,仿真所得结论对工程设计具有一定的指导意义。

2 冲量式交会变轨方程

设目标飞行器轨道为圆轨道,如图 1 建立目标飞行器轨道坐标系 $oxyz$, 原点 o 位于目标飞行器质心, oz 轴从目标飞行器质心指向地心, ox 轴位指向飞行方向, oy 轴垂直于轨道平面方向由右手法则确定。以追踪飞行器在目标飞行器轨道坐标系的相对位置 and 相对速度变量 $X=(x, y, z, v_x, v_y, v_z)^T$ 为状态变量,相对运动方程为 C-W^[1]方程,其状态方程如式(1),

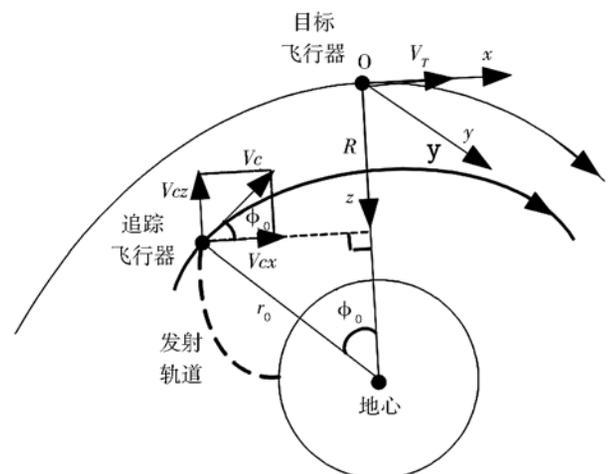


图 1 目标飞行器轨道坐标系

$$\begin{cases} \dot{x}=v_x & a=\frac{F}{m}=\Delta v\delta(t) \\ \dot{y}=v_y \\ \dot{z}=v_z \\ \dot{v}_x=2\omega v_z+a_x \\ \dot{v}_y=-\omega^2 y+a_y \\ \dot{v}_z=-2\omega v_x+3\omega^2 z+a_z \end{cases} \quad (1)$$

其中 ω 为目标飞行器轨道角速度, a_x 、 a_y 、 a_z 分别为追踪飞行器沿各坐标轴向的加速度分量。

假设追踪飞行器推力为脉冲推力, 在交会变轨过程中不考虑追踪飞行器质量的变化。脉冲推力所对应的加速度可以表示为

$$\Phi(\tau)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 6[\omega\tau-\sin(\omega\tau)] & \frac{4}{\omega}\sin(\omega\tau)-3\tau & 0 & \frac{2}{\omega}[1-\cos(\omega\tau)] \\ 0 & \cos(\omega\tau) & 0 & 0 & \frac{1}{\omega}\sin(\omega\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 4-3\cos(\omega\tau) & \frac{2}{\omega}[\cos(\omega\tau)-1] & 0 & \frac{1}{\omega}\sin(\omega\tau) \\ 0 & 0 & 6\omega[1-\cos(\omega\tau)] & 4\cos(\omega\tau)-3 & 0 & 2\sin(\omega\tau) \\ 0 & -\omega\sin(\omega\tau) & 0 & 0 & \cos(\omega\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega\sin(\omega\tau) & -2\sin(\omega\tau) & 0 & \cos(\omega\tau) \end{bmatrix}$$

$\tau=t-t_0$, t 为时间变量。

由冲量的加速度表达式(2)和状态转移方程(6)可得 t_f 时刻的冲量作用效果为

$$X(t_f)=\Phi(t_f-t_0)X(t_0)+\sum_{i=1}^n \Phi(t_f-t_i) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta V_{xi} \\ \Delta V_{yi} \\ \Delta V_{zi} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 n 为交会过程中作用的冲量次数, ΔV_{xi} 、 ΔV_{yi} 、 ΔV_{zi} 为第 i 次冲量 ΔV_i 在三个坐标轴上的分量, t_i 为第 i 次冲量作用时间, 满足

$$t_i \leq \dots < t_{i-1} < t_i < t_{i+1} \dots < t_f \leq T_{\max} \quad (7)$$

T_{\max} 为工程中对交会时间的最大限定。

最优交会变轨方案应为确定冲量作用时刻 t_i , 冲量 ΔV_i , 使得系统运动满足交会的初始和终端条件, 并使燃料消耗的性能指标

$$J=\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta V_{xi}^2+\Delta V_{yi}^2+\Delta V_{zi}^2} \quad (8)$$

为最小。

式中 Δv 是脉冲推力产生的速度增量, t 是脉冲的作用时刻, $\delta(t)$ 是 t 时刻的单位脉冲函数。

设 t_0 为交会初始时刻, t_f 为交会终端时刻, 交会初始条件为:

$$X(t_0)=(x_0, y_0, z_0, \Delta V_{x0}, \Delta V_{y0}, \Delta V_{z0})^T \quad (3)$$

$$\text{交会终端条件为: } X(t_f)=0 \quad (4)$$

求解自由状态下的方程(1)(a_x 、 a_y 、 a_z 为零)可得相对运动的状态转移方程为

$$X(t_0+\tau)=\Phi(\tau)X(t_0) \quad (5)$$

其中状态转移矩阵 $\Phi(\tau)$ 为

将初始条件(4)和终端条件(5)代入式(7)可得满足交会初始和终端条件的运动方程为

$$\Phi(t_f-t_0) \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \Delta V_{x0} \\ \Delta V_{y0} \\ \Delta V_{z0} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n \Phi(t_f-t_i) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta V_{xi} \\ \Delta V_{yi} \\ \Delta V_{zi} \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

式(10)中包含六个等式方程, 当冲量次数 $n=1$ 时, 未知变量只有 ΔV_{x1} 、 ΔV_{y1} 、 ΔV_{z1} 和 t_1 四个, 式(10)成为一个非线性超定方程组, 除两飞行器轨道相交或相切且相同时刻过相交点或相切点外一般情况下无解。当冲量次数 $n=2$ 时, 式(10)有八个未知变量 ΔV_{x1} 、 ΔV_{y1} 、 ΔV_{z1} 、 t_1 、 ΔV_{x2} 、 ΔV_{y2} 、 ΔV_{z2} 和 t_2 , 当 $n>2$ 时, 每增加一个冲量将增加 ΔV_{xi} 、 ΔV_{yi} 、 ΔV_{zi} 和 t_i 四个变量, 变量数大于方程数, 可以解得满足方程的一簇解, 即使用两次或两次以上冲量交会时, 可以通过将各次冲量点的未知变量设置为优化参数, 只要选取适当的冲量时间、大小和方向, 就可能实现燃料消耗

最省的交会变轨。

3 含初始条件参数的交会变轨优化模型

在交会设计阶段,可以将式(10)中的某些初始参数也作为变量,通过优化求解,研究初始条件对交会运动的影响,优化选择合适的初始条件。

在工程中,目标飞行器一般为圆或近圆轨道,其轨道已知。设交会初始轨道为追踪飞行器入轨轨道,追踪飞行器的入轨轨道一般与目标飞行器共面,受运载火箭能力和发射场及测控的限制,追踪飞行器入轨点的位置(近地点)基本确定,如果运载火箭能力足够,入轨轨道远地点高度可在一定范围内变化。如图 1 所示,在追踪飞行器入轨时刻,目标飞行器和追踪飞行器与地心的连线之间的夹角为 ϕ_0 定义为初始相位角,其正方向为目标飞行器沿飞行方向指向追踪飞行器。

图 1 中,设追踪飞行器的入轨轨道半径为 r_0 、半长轴为 a 、初始速度为 V_c ,目标飞行器轨道半径为 R ,两个飞行器的初始相位角为 ϕ_0 ,在目标飞行器轨道坐标系中追踪飞行器交会(入轨)初始条件可表示为:

$$\begin{cases} x_0=r_0 \sin \phi_0 \\ y_0=0 \\ z_0=R-r_0 \cos \phi_0 \\ \Delta V_{x_0}=V_c \cos \phi_0-V_r+\omega z_0 \\ \Delta V_{y_0}=0 \\ \Delta V_{z_0}=V_c \sin \phi_0-\omega z_0 \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$V_c=\sqrt{\frac{2\mu}{r_0}-\frac{\mu}{a}}$$

$$V_r=\sqrt{\frac{\mu}{R}}$$

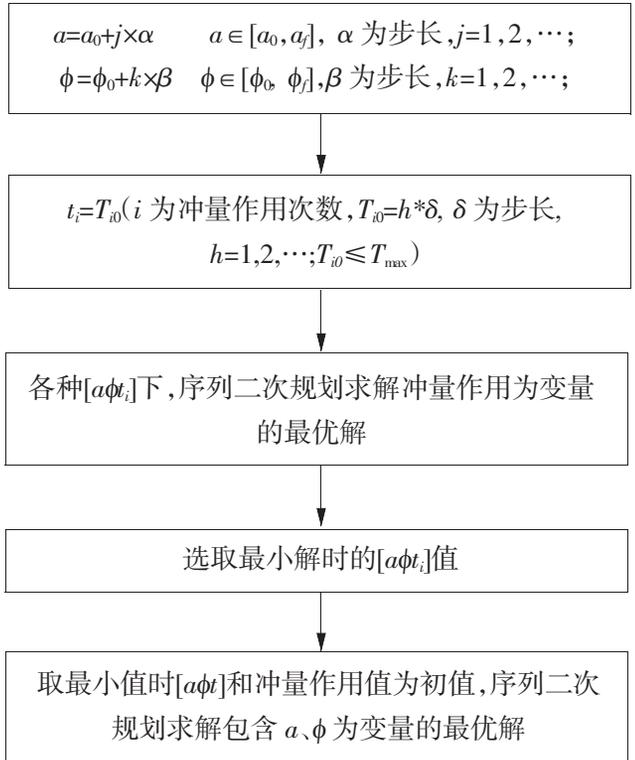
在交会初始时刻 r_0 和 R 确定,选择追踪飞行器的入轨轨道半长轴 a 和初始相位角 ϕ_0 作为对初始条件优化的参数(后者常对应于发射窗口),由式(11)可以确定交会的初始相对位移和相对速度。

所以包含初始条件参数的交会变轨的优化求解模型为,对于固定的冲量次数 n ,优化参数为 ΔV_{xi} , ΔV_{yi} , ΔV_{zi} , t_i ,以及追踪飞行器入轨轨道半长轴 a 和初始相位角 ϕ_0 ,目标函数为式(9),约束条件为等式约束式(10)、式(11)和不等式约束式(8)。

4 仿真求解

4.1 仿真程序设计

上述推导的交会变轨优化模型,适合选择非线性规划方法中的序列二次规划算法进行求解,但非线性规划无法直接求解全局最优问题,所以需要在程序中采用全局采样探索的方法对初始估计值进行优化选取。仿真程序设计如下,



4.2 仿真计算及分析

追踪飞行器和目标飞行器共面,忽略轨道平面外运动,只求 x 和 z 向的相对坐标值。下面对分别对 2、3、4 次冲量交会变轨进行仿真,分析初始相位和初始轨道半长轴对接推进剂消耗的影响,对于更多次冲量交会变轨情况,一般很少采用,在此不详细研究。

假设初始状态下,目标飞行器轨道高度为 350km 的圆轨道,追踪飞行器近地点轨道高度为 280km,取远地点高度分别为 280km 和 320km,初始相位角变化范围为 $[-10^\circ, 1^\circ]$ 。取 $t_0=0$,地球半径为 6371.004km,限定冲量作用的时间间隔最少为 5 分钟,最小冲量为 1m/s。

不同初始轨道半长轴下,两次、三次、四次交会变轨优化初始相位与交会总冲量的关系,如图 2~图 4。

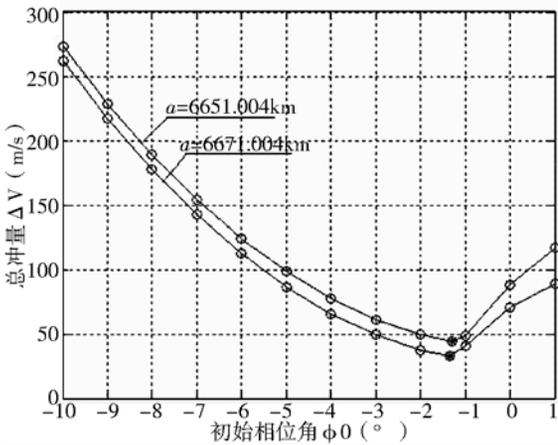


图 2 两冲量交会总冲量随初始相位角变化

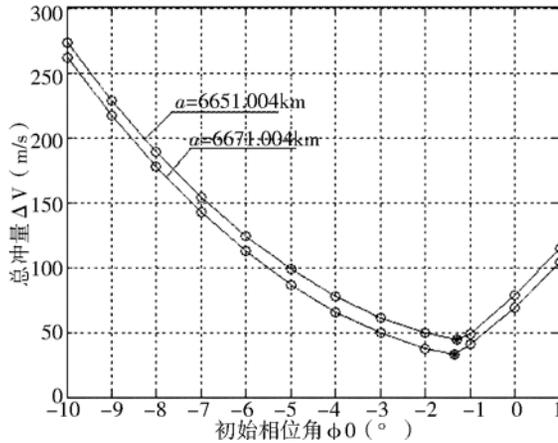


图 3 三冲量交会总冲量随初始相位角变化

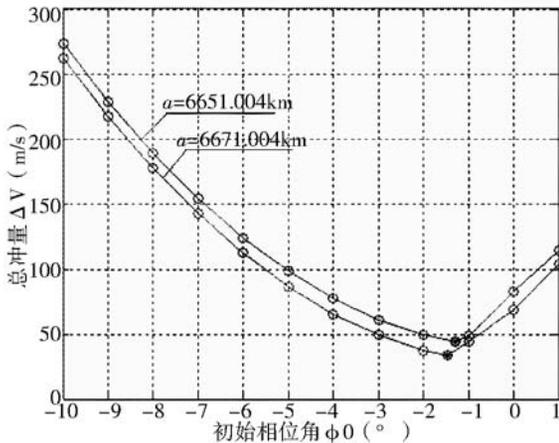


图 4 四冲量交会总冲量随初始相位角变化

通过对仿真过程和分析,可以得到以下结论:

(1) 两次冲量优化的总冲量与理论上霍曼交会

的结果非常接近,表明了仿真算法和程序的正确性。

(2) 二、三、四次冲量交会优化的结果相差不大,冲量次数增加燃料消耗稍有增加,在工程中,由于受到测控条件等因素的约束,在最优性和可实施性要求下,需要进行冲量次数与燃料消耗的综合选择。

(3) 在初始半长轴固定的情况下,初始相位角对交会燃料消耗的影响很大,存在最优初始相位角使交会的燃料消耗最少。

(4) 在满足最优初始相位角时,随追踪飞行器入轨轨道半长轴的增加,交会所需燃料递减,很容易理解这是由于入轨点的能量增加所致。

(5) 在对燃料消耗有很大影响的初始相位角和初始半长轴中,提高追踪飞行器的初始半长轴主要受运载能力的限制,一般无法轻易更改,所以在交会变轨策略设计中应将最优初始相位角(对应发射窗口)作为主要的设计参数加以考虑。

参 考 文 献

- [1] John T. Betts. Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.21, No.2, 1998, pp.193-207
- [2] 林琪、来嘉哲.空间交会对接仿真技术研究.装备指挥技术学院学报,2008年10月第19卷第5期
- [3] 罗建军、袁建平.共面快速受控绕飞轨迹设计与控制.宇航学报,2006年11月第27卷第6期
- [4] 王华、唐国金.交会对接仿真系统的设计策略研究.系统仿真学报,2002年9月第14卷第9期
- [5] 林来兴.空间交会对接技术.国防工业出版社,1995年9月
- [6] 程国采.航天飞行器最优控制理论与方法.国防工业出版社,1999年4月
- [7] D-R Taur. optimal impulsive time-fixed orbital rendezvous and interception with path constraints. AIAA-90-2972-CP
- [8] M.Guelman, M.Aleshin. Optimal Bounded Low-Thrust Rendezvous with Fixed Terminal-Approach Direction. Journal of Guidance, Control, and Dynamic, Vol.24, No.2, 2001
- [9] Sihem Tebbani, Regis Bertrand, Jacques Bernussou, Mathieu Racois, Mathieu Romero. Comparison of Direct and Indirect Methods in Optimizing Multiple-Burn Low-Thrust Orbit Transfers. IAF-01-A. 5.07, 52nd International Astronautical Congress 1-5 Oct 2001/ Toulouse, France.

The Study of Optimal Multi-Pulse Rendezvous of Spacecraft

MA Xiaobing PAN Teng
(China Academy of Space Technology)

Abstract: This paper studies the multiple-impulse space rendezvous trajectory optimization based on the C-W relative motion equation. For the purpose of engineering application, rendezvous trajectories maneuver optimal model are formulated, with fuel consume as the object function, initial semimajor axis and initial phase angle as the constraints. By adopting the all-range search method to choose the initial estimate value, a nonlinear programming calculation program is made. Through the optimal rendezvous simulation, it is found that both initial semimajor axis and initial phase angle have considerable impacts on fuel consume, and the initial phase angle (same as launch window) should be an important parameter to consider.

Key words: Space Rendezvous; Nonlinear Programming; Trajectory Optimization

(上接第 12 页)

TDRSS System for Manned Space Flight Rescue Issues

LIU Baoguo LU Bintao
(Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology)

Abstract: This paper analyzes the feasibility of manned space flight rescue issues in emergency with the support of TDRSS system, focusing on the application of voice communication mode and assistant location mode.

Key words: TDRSS; Manned Spaceflight; Rescue Issues in Emergency; Communication and Location

(上接第 20 页)

参 考 文 献

- [1] Bedrossian, N.. International Space Station Assembly and Operation Control Challenges. AAS00-22, 2000
- [2] Mapar, J., Tsay-Hsin G. Hu. Momentum management controller design for space station during payload maneuver. AIAA-95-3310-CP, 1995

- [3] Bedrossian N., Edward McCants. Space Station attitude control during payload operations. AAS 99-372, 1999
- [4] Elgersma, M. R., Chang, D. S.. Determination of torque equilibrium attitude for orbiting space station. AIAA, 1992
- [5] 马艳红, 胡军. 姿态四元数相关问题. 空间控制技术与应用, 第 34 卷, 第 3 期, 2008

The Attitude Command Optimization During Space Station Assembly

MA Yanhong ZHANG Jun GUO Tingrong
(National Laboratory of Space Intelligent Control, Beijing Institute of Control Engineering)

Abstract: When conducting payload operation with robotic arm system to assemble space station, the attitude control is provided primarily by the Central Capsule CMG system. When the CMG momentum is saturated, momentum desaturation is required by the use of thrusters which may lead to undesirable control system/flex structure interaction. To solve this problem, the Central Capsule attitude command is optimized to minimize the peak CMG momentum, and the method makes it possible to transfer capsule without CMG momentum desaturation.

Key words: Space Station Assembly; Transfer Capsule; CMG Momentum Desaturation